MSGSU
Matematik Bölümü

YÜKSEK LİSANS GİRİŞ SINAVI	
Yıl : *2017*	Soyadı : Adı : İmza :
Tarih : *27.01.2017* Saat : *10:00* Süre : *120 dakika*	6 SORU TOPLAM 100 PUAN

1	2	3	4	5	6		

1. Soru

Verilen f ve g fonksiyonlarının $a \in \mathbb{R}$ noktasında limitleri var olsun. Gösteriniz ki, $fg(x) = f(x) \cdot g(x)$ ile tanımlı çarpım fonksiyonunun da a noktasında limiti vardır ve limit değeri

$$\lim_{x \to a} fg(x) = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$

dir.

2. Soru Verilen f reel değerli fonksiyonu $[a, b]$ aralığı üzerinde sürekli olsun. Eğer $f(a) \geq a$ ve $f(b) < b$ ise, f fonksiyonunun bir sabit noktaya sahip olduğunu gösteriniz.

3. Soru

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

fonksiyonu verilsin.

(a) f fonksiyonu (0,0) noktasında sürekli midir?
(b) f fonksiyonu (0,0) noktasında türevlenebilir midir?

Yanıtlarınızı ispatlayın.

4. Soru

Verilen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ fonksiyonunun 0 noktasında limiti var olsun. Bu durumda

$$g(x) = \begin{cases} f(x) \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

ile tanımlı g fonksiyonunun da 0 noktasında limiti vardır. Gösteriniz.

5. Soru Verilen $M \subseteq \mathbb{R}^4$ kümesi

$$M = \left\{(a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4 \;:\; a - b + c + d = 0,\; 2a + 3b - d = 0\right\}$$

ile tanımlansın.

(a) M'nin $\mathbb{R}^4$ vektör uzayının alt uzayı olduğunu kanıtlayınız;

(b) M için bir taban bulunuz.

6. Soru Verilen $\mathbb{F}$ cismi için V ile W, $\mathbb{F}$ üzerinde iki vektör uzayı; $T : V \to W$ bir doğrusal dönüşüm olsun.

(a) Eğer $\{v_1, v_2 \ldots, v_k\}$, Çek(T) için bir bazsa ve $\{v_1, \ldots, v_k, v_{k+1}, \ldots, v_n\}$ de V'nin bir bazı ise, $\{T(v_{k+1}), \ldots, T(v_n)\}$'nin de $Im(T)$ için bir baz olduğunu kanıtlayınız.

(b) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}[x]$ doğrusal dönüşümü

$$T(a, b, c) = (a - b) + (b - c)x + (c - a)x^2$$

ile tanımlansın. $Im(T)$ için bir baz bulunuz.