
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Matematik Bölümü
Mat 111: Sayılar Kuramına Giriş, Final Sınavı, 13 Ocak 2012

Ad Soyad:

Notlar: 1. 2. 3. 4. 5. B. Σ . /45

Tüm değişkenler tam sayıdır. Obey'i alınan sayılardan en az biri 0'dan farklıdır. Yanıtlarınızı mutlaka açıklayın. İyi şanslar.

1. (4+4 puan) (a) $x \equiv 5 \pmod{6}$, $x \equiv 4 \pmod{11}$, $x \equiv 3 \pmod{17}$ sisteminin iki çözümünü deneme/yanılma yönetimini kullanmadan bulunuz. (Yanıtınızı sadeleştirmenize gerek yok.)

- (b) $530053^{52} + 1041^{1041} + (52!)3^{53}$ sayısının 53 ile bölümünden kalan kaçtır? Açıklayın. (İpucu: $1041 = 19 \times 53 + 34$, $1041 = 20 \times 52 + 1$ eşitlikleri işinize yarayabilir.)

2. (5 puan) $t > 1$ ve $0 \leq a_i \leq t - 1$ eşitsizlikleri sağlansın. N sayısı, t tabanına göre $a_m \cdots a_1 a_0$ şeklinde yazılmış olsun. Bu durumda, $t-1 \mid N$ ancak ve ancak $t-1 \mid a_m + \cdots + a_0$ olduğunu gösteriniz.

3. (5 puan) p bir asal olsun. a ve b , p ile bölünmeyen sayılar olsun. Eğer $a^p \equiv b^p \pmod{p}$ ise, $a^p \equiv b^p \pmod{p^2}$ olduğunu kanıtlayın.

4. (4x3 puan) Bu soruda $n > 1$ olsun. (a) şikkını kanıtlayın.
(a) Eğer $x \equiv a \pmod{n}$ ise, $x \equiv a \pmod{2n}$ veya $x \equiv a + n \pmod{2n}$.

(b) (a) şikkındaki cümleinin karşıt-tersini yazın. Yalnızca (a) şikkındaki cümleinin doğru olduğu bilgisini kullanarak, yazdığımız cümleinin doğru mu yanlış mı olduğuna karar verebilir misiniz? Neden?

(c) (a) şikkındaki cümleinin tersini yazın. Yalnızca (a) şikkındaki cümleinin doğru olduğu bilgisini kullanarak, yazdığımız cümleinin doğru mu yanlış mı olduğuna karar verebilir misiniz? Neden?

(d) (a) şikkındaki cümleinin değilini yazıp, sadeleştirin. Yalnızca (a) şikkındaki cümleinin yanlış olduğunu kullanarak, yazdığımız cümleinin doğru mu yanlış mı olduğuna karar verebilir misiniz? Neden?

5. (5+5 puan) Doğru mu? Yanlış mı?

(a) Eğer $a \equiv b \pmod{n}$ ise, $\text{obeb}(a, n) = \text{obeb}(b, n)$ sağlanır.

(b) Eğer $a \equiv b \pmod{n}$ ise, $\text{okek}(a, n) = \text{okek}(b, n)$ sağlanır.

Bonus. (5 puan) Matematikten Popüler Konular dersinde öğrendiğiniz bir kavramı, teoremi ya da problemi kısaca tanıtınız.