

### Alıştırmalar I

Aşağıda  $a, b, c, d$  harfleri tam sayıları göstermektedir. Sorularda  $a \mid b$  gösterimi kullanıldığında mutlaka  $a \neq 0$  varsayımı yapılmaktadır. Aşağıdaki cümlelerin doğru mu, yanlış mı olduğuna karar verin. Doğru cümleleri kanıtlayın. Yanlış cümleler için karşı örnek verin. Yanlış cümlelerin değilini yazın.

1. Her  $a, b, c, d$  için,  $a \geq c$  ve  $b \geq d$  ancak ve ancak  $a + b \geq c + d$ .
2. Her  $a$  için,  $2 \mid a$  ve  $2 \mid a + 1$ .
3. Her  $a$  için,  $2 \mid a$  veya  $2 \mid a + 1$ .
4. Her  $a, b$  için,  $a \mid b$  ise,  $a + 1 \mid b + 1$ .
5. Her  $a$  için,  $3 \mid a$  ancak ve ancak  $9 \mid a$ .
6. Her  $a, b$  için,  $a \mid b$  ise,  $b \mid a$ .
7. Her  $a, b$  için,  $a \mid b$  ancak ve ancak  $a \mid -b$ .
8. Her  $a, b, c$  için,  $a \mid b$  ve  $a \mid c$  ise,
  - (a)  $a \mid b + c$ .
  - (b)  $a \mid 5b - 8c$ .
  - (c)  $a^2 \mid bc$ .
  - (d)  $a \mid b^2 + c^2$
9. Her  $a, b, c$  için,  $a \mid b$  ve  $b \mid c$  ise,  $a \mid c$ .
10. Her  $a, b, c$  için,  $a \mid b$  veya  $a \mid c$  ise,  $a \mid bc$ .
11. Her  $a, b, c$  için,  $a \mid b$  veya  $a \mid c$  ise,  $a^2 \mid bc$ .
12. Her  $a$  için,  $2 \mid a$  ise,  $4 \mid a$  veya  $4 \mid a + 2$ .
13. Her  $a, b$  için,  $a \mid b$  ise,  $a \nmid b + 1$ .
14. Her  $a, b, c$  için,  $a \mid b$  ve  $a \nmid c$  ise,  $a \nmid b + c$ .

15. Her  $a$  için,  $5 \nmid a$  ise,  $5 \mid a^2 - 1$  veya  $5 \mid a^2 + 1$
16. Her  $a, b, c$  için,  $a \mid bc$  ve  $a \nmid b$  ise,  $a \mid c$ .
17. Her  $a, b, c \neq 0$  için,  $a \mid b$  ancak ve ancak  $ac \mid bc$ .
18. Her  $a, b$  ve  $n > 0$  için,  $a \mid b$  ise  $a^n \mid b^n$ .

**Diğer Sorular.**

19.  $b$  ve  $c$  pozitif tam sayılar,  $a$  herhangi bir tam sayı olsun.  $a, b$ 'ye bölündüğünde elde edilen bölüm  $q$  ve kalan  $r$  ise, ve  $q, c$ 'ye bölündüğünde elde edilen bölüm  $k$  ve kalan  $s$  ise;  $a$ 'nın,  $c$ 'ye bölümünden kalan kaçtır? Yanıtınızı mutlaka açıklayın.
20.  $a$  ve  $b$  pozitif tek tam sayılar olsun. Eğer  $b \nmid a$  ise,  $a = bk + s$ ,  $0 < |s| < b$  koşullarını sağlayan ve tek sayı olan bir  $s$  tam sayısının varlığını gösterin.