

Alıştırmalar V

Doğru mu? Yanlış mı?

1. Eğer $a \equiv b \pmod{n}$ ise, $\text{obeb}(a, n) = \text{obeb}(b, n)$.
2. Eğer $a \equiv b \pmod{n}$ ise, $\text{okek}(a, n) = \text{okek}(b, n)$.
3. Eğer $\text{obeb}(a_1, \dots, a_n) = 1$ ise, her $i \neq j$ için $\text{obeb}(a_i, a_j) = 1$.
4. Eğer her $i \neq j$ için $\text{obeb}(a_i, a_j) = 1$ ise, $\text{obeb}(a_1, \dots, a_n) = 1$.
5. Her asal sayı p için $\text{obeb}(p, (p-1)!) = 1$.
6. $\text{obeb}(n, (n-1)!) = n$ eşitliğini sağlayan $n \geq 2$ yoktur.
7. Her $n \geq 1$ ve $0 \leq k \leq n$ için, $n \mid \binom{n}{k}$ ancak ve ancak $k \notin \{0, n\}$.
8. Her $n \geq 1$ ve n 'yi bölen p asal sayısı için, $n \nmid \binom{n}{p}$.
9. Her $n \geq 2$ için, $(a+b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{n}$.
10. Her asal sayı p için, $(a+b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$.

Diğer sorular.

1. p asal sayı ve $a \in \mathbb{Z} \setminus p\mathbb{Z}$ ise, $\{a, 2a, 3a, \dots, (p-1)a\}$ kümesinde kalandaş iki sayı olamayacağını kanıtlayın.
2. p_i 'ler farklı asallar, $\alpha_i \geq 1$ ve $n = p_1^{\alpha_1} \cdots p_k^{\alpha_k}$ olsun. $ax \equiv b \pmod{n}$ kalandaşlığının çözüm kümesi ile
$$\begin{cases} ax \equiv b \pmod{p_1^{\alpha_1}} \\ \vdots \\ ax \equiv b \pmod{p_k^{\alpha_k}} \end{cases}$$
 sisteminin çözüm kümesinin eşit olduğunu gösterin.
3. Çözümü olmayan iki kalandaşlıklı bir sistem yazın. Neden çözüm olmadığını açıklayın.
4. Sonlu sayıda çözüme sahip iki kalandaşlıklı bir sistem var mı?
5. Sonsuz sayıda çözüme sahip iki farklı kalandaşlıklı bir sistem var mı?
6. Bir sistemin çözümünün olabilmesi için kalandaşlıkların modülo değerlerinin aralarında asal olması gerek şart mıdır? Yeter şart mıdır?