

# Biçimsel kanıt örnekleri

David Pierce

25 Aralık 2013

Gözden geçirilmiş 28 Aralık 2016

**Problem 1.**  $P \leftrightarrow Q$  gerektirir  $P \rightarrow Q$ .

**Kanıt.**

1.  $P \leftrightarrow Q$  hipotez
2.  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$  (1)'e denk
3.  $P \rightarrow Q$  (2)'den basitleştirme ile

**Problem 2.**  $P \vee Q \rightarrow R$  gerektirir  $P \rightarrow R$ .

**Kanıt.**

1.  $P \vee Q \rightarrow R$  hipotez
2.  $\neg(P \vee Q) \vee R$  (1)'e denk
3.  $(\neg P \wedge \neg Q) \vee R$  (2)'den De Morgan ile
4.  $(\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$  (3)'ten dağılma ile
5.  $\neg P \vee R$  (4)'ten basitleştirmeyle
6.  $P \rightarrow R$  (5)'ten

**Problem 3.**  $P \leftrightarrow Q \vee R$  gerektirir  $R \rightarrow P$ .

**Kanıt.**

1.  $P \leftrightarrow Q \vee R$  hipotez
2.  $(P \rightarrow Q \vee R) \wedge (Q \vee R \rightarrow P)$
3.  $Q \vee R \rightarrow P$  basitleştirme
4.  $\neg(Q \vee R) \vee P$
5.  $(\neg Q \wedge \neg R) \vee P$
6.  $(\neg Q \vee P) \wedge (\neg R \vee P)$
7.  $\neg R \vee P$  basitleştirme
8.  $R \rightarrow P$

**Problem 4.**  $P \rightarrow Q$  gerektirir  $P \rightarrow Q \vee R$ .

**Kanıt.**

1.  $P \rightarrow Q$  hipotez
2.  $\neg P \vee Q$
3.  $(\neg P \vee Q) \vee R$  ekleme
4.  $\neg P \vee (Q \vee R)$
5.  $P \rightarrow Q \vee R$

**Problem 5.**  $P \rightarrow Q$  ve  $P \rightarrow R$  gerektirir  $P \rightarrow Q \wedge R$ .

**Kanıt.**

1.  $P \rightarrow Q$  hipotez
2.  $P \rightarrow R$  hipotez
3.  $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$  bağlama
4.  $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$
5.  $\neg P \vee (Q \wedge R)$
6.  $P \rightarrow (Q \wedge R)$

**Problem 6.**  $P \rightarrow Q$  ve  $P \rightarrow Q \rightarrow R$  gerektirir  $P \rightarrow R$ .

**Kanıt.**

- |     |  |         |
|-----|--|---------|
| 1.  | $P \rightarrow Q \rightarrow R$                        | hipotez |
| 2.  | $\neg P \vee (Q \rightarrow R)$                        |         |
| 3.  | $\neg P \vee (\neg Q \vee R)$                          |         |
| 4.  | $(\neg Q \vee \neg P) \vee R$                          |         |
| 5.  | $(1 \wedge (\neg Q \vee \neg P)) \vee R$               |         |
| 6.  | $((P \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee \neg P)) \vee R$ |         |
| 7.  | $((P \wedge \neg Q) \vee \neg P) \vee R$               | yutma   |
| 8.  | $(\neg\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg P \vee R$        |         |
| 9.  | $\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \rightarrow R)$           |         |
| 10. | $(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$        |         |
| 11. | $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$      |         |
| 12. | $P \rightarrow Q$                                      | hipotez |
| 13. | $P \rightarrow R$                                      | ayırma  |

veya

- |    |  |               |
|----|--|---------------|
| 1. | $P \rightarrow Q$  | hipotez       |
| 2. | $P \rightarrow Q \rightarrow R$                            | hipotez       |
| 3. | $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow Q \rightarrow R)$ | bağlama       |
| 4. | $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$       |               |
| 5. | $\neg P \vee (Q \wedge (\neg Q \vee R))$                   |               |
| 6. | $\neg P \vee (Q \wedge R)$                                 |               |
| 7. | $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$                   |               |
| 8. | $\neg P \vee R$  | basitleştirme |
| 9. | $P \rightarrow R$  |               |

**Problem 7.**  $P \leftrightarrow Q$  ve  $P \rightarrow R$  gerektirir  $Q \rightarrow R$ .

**Kanıt.**

1.  $P \leftrightarrow Q$  hipotez
2.  $Q \rightarrow P$  [basitleştirme]
3.  $P \rightarrow R$  hipotez
4.  $Q \rightarrow R$  hipotetik tasım

**Problem 8.**  $P \leftrightarrow Q \vee R$  ve  $P \rightarrow S$  gerektirir  $Q \rightarrow S$ .

**Kanıt.**

1.  $P \leftrightarrow Q \vee R$  hipotez
2.  $Q \vee R \rightarrow P$  [basitleştirme]
3.  $\neg(Q \vee R) \vee P$
4.  $(\neg Q \wedge \neg R) \vee P$
5.  $(\neg Q \vee P) \wedge (\neg R \vee P)$
6.  $\neg Q \vee P$  basitleştirme
7.  $Q \rightarrow P$
8.  $P \rightarrow S$  hipotez
9.  $Q \rightarrow S$  hipotetik tasım