

Analitik Geometri (MAT 104)

Telafi Sınavı **Çözümleri**

David Pierce

14 Nisan 2014

Problem 1. $ab : cd :: ef : gh$ ise

$$ab : ef :: cd : gh$$

orantısını kanıtlayın. (Bundan önce kanıtladığımız teoremleri kullanabilirsiniz.)

Bazı k, ℓ , ve m için

$$cd = ak, \quad ef = al, \quad gh = am,$$

dolayısıyla

$$b : k :: \ell : m$$

çünkü, varsayımdan,

$$b : k :: ab : ak :: ab : cd :: ef : gh :: al : am :: \ell : m.$$

Sonuç olarak

$$\begin{aligned} b : \ell &:: k : m, \\ ab : al &:: ak : am, \\ ab : ef &:: cd : gh. \end{aligned}$$

Problem 2. A , B , ve C noktaları birbirinden farklı ama aynı doğru-
ruda olsun, ve bu doğrunun pozitif yönü seçilmiş olsun. \overrightarrow{AB} ve \overrightarrow{BC}
yönlü doğrularının işaretlerinin aynı olması için,

$$AB < AC, \quad BC < AC$$

koşullarının gerekli ve yeterli olduğunu gösterin.

Doğruda noktaların sırası aşağıdakilerin biridir (veya birinin tersi-
dir):

$$ABC, \quad CAB, \quad BCA.$$

İlk durumda \overrightarrow{AB} ve \overrightarrow{BC} yönlü doğrularının işaretleri aynıdır ve
verilen koşullar sağlanır. Kalan durumlarda işaretler farklıdır, ve
ikinci durumda $BC > AC$, üçüncü durumda $AB > AC$.

Problem 3. Düzlemde dik xy eksenleri ve birim uzunluğu seçilsin.

$$ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$$

denklemini, a , b , c , d , ve e sabitlerinin hangi koşulları altında parabolü tanımlar? hiperbolü? elipsi?

Tanımlanan eğri parabol ise $ab = 0$, ama $a \neq 0$ veya $b \neq 0$. Bu koşullar yeterlidir.

$ab \neq 0$ olsun; o zaman

$$\begin{aligned} ax^2 + by^2 + cx + dy + e &= 0 \\ \Leftrightarrow a \left(x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{c^2}{4a^2} \right) + b \left(y^2 + \frac{d}{b}y + \frac{d^2}{4b^2} \right) + e & \\ &= \frac{c^2}{4a} + \frac{d^2}{4b} \\ \Leftrightarrow a \left(x + \frac{c}{2a} \right)^2 + b \left(y + \frac{d}{2b} \right)^2 &= \frac{c^2}{4a} + \frac{d^2}{4b} - e. \end{aligned}$$

Şimdi

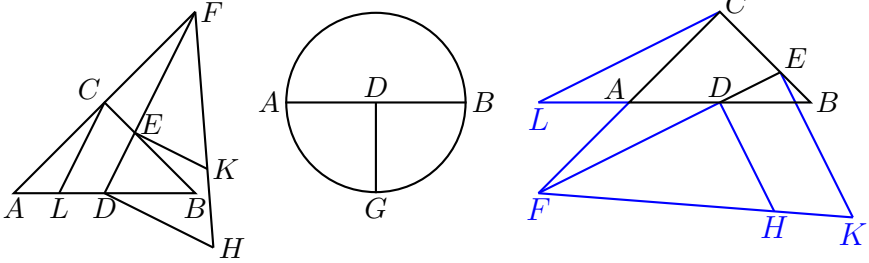
$$\frac{c^2}{4a} + \frac{d^2}{4b} - e = f$$

olsun.

- Eğri hiperbol ise $ab < 0$ ve $f \neq 0$, ve bu koşullar yeterlidir;
- elips ise a , b , ve f 'nin işaretleri aynıdır, ve bu yeterlidir.

Problem 4. Şekillerde

- Bir doğru, ABC üçgeninin kenarlarını D , E , ve F' 'de kessin;
- AB , çemberin çapı olsun, ve $DG \perp AB$ olsun;
- $DH \perp DE$ ve $DH \cdot DE = DG^2$ olsun;
- EK , DH 'ye paralel olsun ve FH 'yi K 'de kessin;
- CL , DE 'ye paralel olsun ve AB 'yi L 'de kessin;
- $\overline{EF} = a$, $\overline{ED} = x$, $x > 0$, $EK = b$, ve $DG = y$ olsun.



a) Sağdaki şekli tamamlayın.

b) Sadece a ve b 'yi kullanarak $AL \cdot LB : CL^2 :: \underline{\quad b : |a| \quad} ?$

c) Sadece a , b , ve x 'i kullanarak $y^2 = \underline{\quad bx - \frac{b}{a} \cdot x^2 \quad} ?$

$$\begin{aligned}
 AL \cdot LB : CL^2 &:: (AL : CL) \& (LB : CL) \\
 &:: (AD : FD) \& (DB : ED) \\
 &:: AD \cdot DB : FD \cdot ED \\
 &:: DG^2 : FD \cdot ED \\
 &:: DH \cdot DE : FD \cdot ED \\
 &:: DH : FD :: EK : FE :: b : |a|.
 \end{aligned}$$

$$y^2 = DH \cdot x = \frac{EK}{EF} \cdot DF \cdot x = \frac{b}{|a|} \cdot |a - x| \cdot x = \frac{b}{a} \cdot (a - x) \cdot x$$

çünkü $a > 0 \iff a > x$.