

# Teoriler zincirleri

David PIERCE

*Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Matematik Bölümü, Bomonti, Şişli  
34380, İstanbul*

*dpierce@msgsu.edu.tr*

## Özet

Bir cismin cebirsel kapanışı, cisimler zincirinin bir bileşimidir. Bu bileşim, bir cisimdir, çünkü cisimler aksiyomları,  $\forall\exists$  biçimindedir, örneğin  $\forall x \exists y (x = 0 \vee xy = 1)$ . İki-boyutlu vektör uzaylar aksiyomları,  $\forall\exists$  biçiminde olamaz, çünkü bir 2-boyutlu vektör uzaylar zincirinin bileşimi, 1-boyutlu olabilir [8]. Ters olarak, eğer bir teorinin modelleri zincirinin her bileşimi, bu teorinin modeliyse, bu teoriye  $\forall\exists$  aksiyomlar verilebilir [1, 4]. Örneğin sadece çarpma için bir işaret kullanarak bile grup teorinin aksiyomları,  $\forall\exists$  biçiminde yazılabilir.

Bildiğime kadar *teoriler* zincirleri araştırmaları, Özcan Kasal [3] ve (bağımsız olarak) Alice Medvedev [5] tarafından başlatılmıştır.  $T_0 \subseteq T_1 \subseteq T_2 \subseteq \dots$ , bir teoriler zinciri olsun. Eğer her  $T_k$  teorisi, modellerine göre tam (*model complete*) veya istikrarlı (*stable*) ise,  $\bigcup_{k \in \omega} T_k$  bileşimi de aynıdır [6]. Ama her  $T_k$  teorisi çok istikrarlı (*superstable*) iken zincirin bileşimi, çok istikrarlı olmayabilir [6]; ve her  $T_k$  teorisinin model arkadaşı (model companion) olurken zincirin bileşiminin model arkadaşı olmayabilir [2]. Düşüneceğimiz örneklerde  $T_k$ , ya  $k$ -konumlu lineer bağımsızlık işaretiyle vektör uzayları teorisi [8], ya da  $k$  tane değişmeli türevleme işaretiyle cisimler teorisidir [7]. Her durumda, modellerine göre tam ve istikrarlı olan yeni bir teori çıkar [2].

**2010 AMS Konu Sınıflandırılması: 03C10, 03C60, 12H05, 13N15**

**Anahtar Kelimeler:** chain of structures, chain of theories, model complete theory, stable theory.

## Kaynaklar

- [1] Chen Chung Chang, *On unions of chains of models*, Proc. Amer. Math. Soc. **10** (1959), 120–127. MR MR0103812 (21 #2576)
- [2] Ö. Kasal and D. Pierce, *Chains of Theories and Companionability*, ArXiv e-prints (2013), [arXiv:1303.6759](https://arxiv.org/abs/1303.6759) [math.LO].
- [3] Özcan Kasal, *Model theory of derivation spaces*, Ph.D. thesis, Middle East Technical University, Ankara, February 2010.
- [4] Jerzy Łoś and Roman Suszko, *On the extending of models (IV): Infinite sums of models*, Fund. Math. **44** (1957), 52–60. MR MR0089813 (19,724c)
- [5] Alice Medvedev, *QACFA*, Talk given at Recent Developments in Model Theory, Oléron, France, <http://modeltheory2011.univ-lyon1.fr/abstracts.html>, June 2011.
- [6] ———, *QACFA*, preprint, <http://math.berkeley.edu/~alice/grouplessqacfa.pdf>, November 2012.
- [7] David Pierce, *Fields with several commuting derivations*, ArXiv e-prints (2007), [arXiv:0708.2769](https://arxiv.org/abs/0708.2769) [math.LO], to appear in the Journal of Symbolic Logic.
- [8] ———, *Model-theory of vector-spaces over unspecified fields*, Arch. Math. Logic **48** (2009), no. 5, 421–436. MR MR2505433